2025年度　私大医学部入試

2025年1月29日　実施

兵庫医科大学

医学部　一般A　数学

解答速報

医学部専門予備校 D組

解答・解説

1

(1) $\log_4|x-1|+2>\log_2 x$

真数条件より $x\neq1,\ x>0$.

$$\log_4|x-1|+\log_4 4^2>\log_4 x^2$$

$$16|x-1|>x^2$$

$x^2-16x+16=0$ を解くと

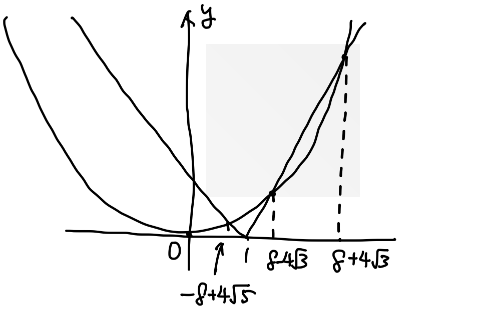
$$\left(\frac{x}{4}\right)^2-4\cdot\frac{x}{4}+1=0$$

$$\frac{x}{4}=2\pm\sqrt{3}.\quad x=8\pm4\sqrt{3}.$$

$x^2+16x-16=0$ を解くと

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2+4\cdot\frac{x}{4}-1=0$$

$$\frac{x}{4}=-2\pm\sqrt{5}.\quad x=-8\pm4\sqrt{5}$$



$\therefore\ 0<x<-8+4\sqrt{5},\ 8-4\sqrt{3}<x<8+4\sqrt{3}$

(2) $y=e^{ax}\sin bx.$

$y'=e^{ax}(a\sin bx+b\cos bx)$

$y''=e^{ax}\{(a^2-b^2)\sin bx+2ab\cos bx\}$

したがって $y''-2y'+5y=0$ より

$$e^{ax}\{(a^2-b^2-2a+5)\sin bx+(2ab-2b)\cos bx\}=0$$

任意の x について これが成り立つ条件を考える.

(i) $b=0$ のとき 左辺 $=0$ となり任意の a で成り立つ

(ii) $b\neq0$ のとき

$$\begin{cases} a^2-b^2-2a+5=0 & \text{—①} \\ 2ab-2b=0 & \text{—②} \end{cases}$$

②より $2b(a-1)=0$

$b\neq0$ より $a=1$

①より $-b^2+4=0$ $\therefore b=\pm2.$

$\therefore\ a=1,\ b=\pm2$ or a: 任意, $b=0$

(3)

(a) $x+y+z=20.\ x\geqq0.\ y\geqq0.\ z\geqq0.$

異なる3個から重複を許して20個えらぶ重複組合せより

$${}_3H_{20}={}_{22}C_{20}={}_{22}C_2=231.$$

(b) $x+y+z=20.\ x\geqq1.\ y\geqq1.\ z\geqq1$

$x'=x-1,\ y'=y-1.\ z'=z-1$ とおけば

$x'+y'+z'=17.\ x'\geqq0.\ y'\geqq0.\ z'\geqq0.$

よって ${}_3H_{17}={}_{19}C_{17}={}_{19}C_2=171$

(4) $0 \leqq x < \pi,\ 0 \leqq y < \pi.\ x - y = \frac{\pi}{3}$

$f(x,y) = \sin^2 x + \cos^2 y.$

$y = x - \frac{\pi}{3}$ であり　$0 \leqq x - \frac{\pi}{3} < \pi.$

よって　$\frac{\pi}{3} \leqq x < \pi.$

$F(x) = \sin^2 x + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

$= \sin^2 x + \left(\cos x \cdot \frac{1}{2} + \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{7}{4}\sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x + \frac{1}{4}\cos^2 x$

$= \frac{3}{2}\sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x + \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{4}(1-\cos 2x) + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x + \frac{1}{4}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x - \frac{3}{4}\cos 2x + 1$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x\right) + 1$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$

$\frac{\pi}{3} \leqq x < \pi$ より　$0 \leqq 2x - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi$

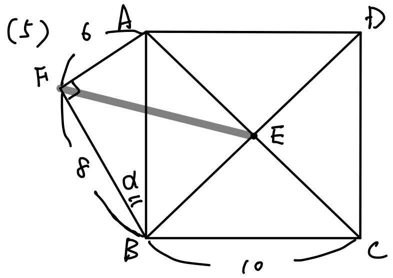
よって　$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}.\ x = \frac{5}{12}\pi$ のとき

max $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}\pi.\ x = \frac{11}{12}\pi$ のとき

min $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

(5)



$AB = 10$ であり. $\angle ABF = \alpha$ とおくと

余弦定理より

$EF^2 = BF^2 + BE^2 - 2\cdot BF\cdot BE\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

$BF = 8.\ BE = 5\sqrt{2}.$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\alpha$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{5} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3}{5}$

$= \frac{\sqrt{2}}{10}$

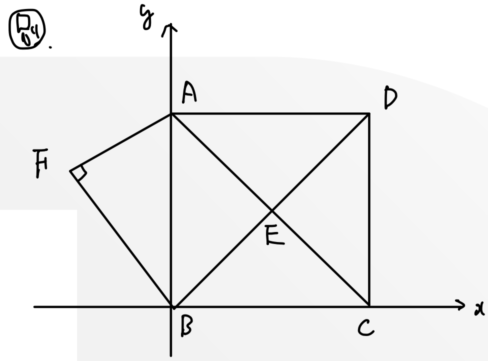
$EF^2 = 8^2 + (5\sqrt{2})^2 - 2\cdot 8\cdot 5\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{10}$

$= 64 + 50 - 16$

$= 98.$

$EF = 7\sqrt{2}$

別.



上図のようにおくと

$AF = 6.\ BF = 8$ より　$AB = 10$ から

$E\ (5, 5)$

また　$F\left(-\frac{24}{5}, \frac{32}{5}\right)$ なので

$EF = \sqrt{\left(5+\frac{24}{5}\right)^2 + \left(5-\frac{32}{5}\right)^2}$

$= \frac{7}{5}\sqrt{49+1}$

$= 7\sqrt{2}$

$\boxed{2}$ A: a%.200g. B: b%.300g.

(1) $200\times\frac{a}{100}+300\times\frac{b}{100}=\underline{2a+3b\,(g)}$

(2) n回の操作後にA.Bに含まれる食塩量を$a_n.b_n$とする.

$$x_n=\frac{a_n}{2}、y_n=\frac{b_n}{3}$$

$$a_{n+1}=a_n\times\frac{1}{2}+\left(b_n+\frac{a_n}{2}\right)\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{5}{8}a_n+\frac{1}{4}b_n$$
$$2x_{n+1}=\frac{5}{8}\cdot 2x_n+\frac{1}{4}\cdot 3y_n$$
$$\underline{x_{n+1}=\frac{5}{8}x_n+\frac{3}{8}y_n}$$

また
$$b_{n+1}=\left(b_n+\frac{a_n}{2}\right)\times\frac{3}{4}$$
$$=\frac{3}{8}a_n+\frac{3}{4}b_n$$
$$3y_{n+1}=\frac{3}{8}\times 2x_n+\frac{3}{4}\times 3y_n$$
$$\underline{y_{n+1}=\frac{1}{4}x_n+\frac{3}{4}y_n}$$

$$x_n=\frac{5}{8}x_{n-1}+\frac{3}{8}y_{n-1}$$
$$\therefore\ \underline{y_n=\frac{1}{4}x_{n-1}+\frac{3}{4}y_{n-1}}$$

(3) 食塩量は $z_n=200\times\frac{x_n}{100}+300\times\frac{y_n}{100}$ より

$$z_{n+1}=2x_{n+1}+3y_{n+1}$$
$$=2\left(\frac{5}{8}x_n+\frac{3}{8}y_n\right)+3\left(\frac{1}{4}x_n+\frac{3}{4}y_n\right)$$
$$=2x_n+3y_n$$
$$=z_n$$

したがって$\{z_n\}$は定数である.圏

(4)
$$\begin{cases}a_{n+1}=\frac{5}{8}a_n+\frac{1}{4}b_n\\ b_{n+1}=\frac{3}{8}a_n+\frac{3}{4}b_n\end{cases}$$
$$a_n+b_n=a_0+b_0=2a+3b$$
$$a_{n+1}=\frac{5}{8}a_n+\frac{1}{4}(2a+3b-a_n)$$
$$=\frac{3}{8}a_n+\frac{1}{4}(2a+3b)$$

よって $a_{n+1}-\frac{2}{5}(2a+3b)=\frac{3}{8}\left\{a_n-\frac{2}{5}(2a+3b)\right\}$

$$a_n=\frac{2}{5}(2a+3b)+\frac{1}{5}(6a-6b)\left(\frac{3}{8}\right)^n$$
$$x_n=\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{2}{5}(2a+3b)+\frac{1}{5}(6a-6b)\left(\frac{3}{8}\right)^n\right\}$$
$$y_n=\frac{1}{3}\left\{\frac{3}{5}(2a+3b)-\frac{1}{5}(6a-6b)\left(\frac{3}{8}\right)^n\right\}$$

$$\therefore\ x_n=\frac{1}{5}\left\{(2a+3b)+3(a-b)\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^n\right\}$$
$$\underline{y_n=\frac{1}{5}\left\{(2a+3b)-2(a-b)\left(\frac{3}{8}\right)^n\right\}}$$

(5)
$$\lim_{n\to\infty}x_n=\frac{1}{5}(2a+3b)$$
$$\underline{\lim_{n\to\infty}y_n=\frac{1}{5}(2a+3b)}$$

$\boxed{3}$

(1) 3点 O, A, B が同一直線のとき

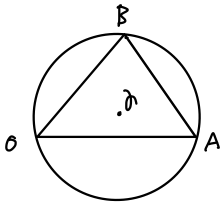
$\arg(\beta) - \arg(\alpha) = 0, \pi$

つまり $\dfrac{\beta}{\alpha}$ が実数

$\therefore \dfrac{\beta}{\alpha} = \overline{\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}$

$\therefore \underline{\bar{\alpha}\beta = \alpha\bar{\beta}}$

(2) $\bar{\alpha}\beta \neq \alpha\bar{\beta}$ のとき



$|\gamma| = |\gamma-\alpha| = |\gamma-\beta|$

$|\gamma|^2 = |\gamma-\alpha|^2$ より

$\gamma\bar{\gamma} = (\gamma-\alpha)(\bar{\gamma}-\bar{\alpha})$

$\gamma\bar{\gamma} = \gamma\bar{\gamma} - \gamma\bar{\alpha} - \bar{\gamma}\alpha + \alpha\bar{\alpha}$

$\alpha\bar{\alpha} - \gamma\bar{\alpha} - \bar{\gamma}\alpha = 0$ ——①

同様に

$|\gamma|^2 = |\gamma-\beta|^2$ より

$\beta\bar{\beta} - \gamma\bar{\beta} - \bar{\gamma}\beta = 0$ ——②

①$\times\beta$ − ②$\times\alpha$ より

$$\begin{array}{rl} & \alpha\bar{\alpha}\beta - \bar{\alpha}\beta\gamma - \alpha\beta\bar{\gamma} = 0 \\ -) & \alpha\beta\bar{\beta} - \alpha\bar{\beta}\gamma - \alpha\beta\bar{\gamma} = 0 \\ \hline & \alpha\beta(\bar{\alpha}-\bar{\beta}) - (\bar{\alpha}\beta - \alpha\bar{\beta})\gamma = 0 \end{array}$$

$\therefore \underline{\gamma = \dfrac{\alpha\beta(\bar{\alpha}-\bar{\beta})}{\bar{\alpha}\beta - \alpha\bar{\beta}}}$

(3) $\alpha = 1$, $\beta = \sqrt{3}+3i$ のとき

(a) $\arg\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right) = \arg(\sqrt{3}+3i) = \dfrac{\pi}{3}$

よって $\overrightarrow{OA}$ から $\overrightarrow{OB}$ までの回転角が $\dfrac{\pi}{3}$.

円周角を考えて、$\overrightarrow{CA}$ から $\overrightarrow{CB}$ までの回転角 θ は

$\underline{\theta = \dfrac{2}{3}\pi}$

(b) $\omega = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = \cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}$.

$z_n - \gamma = (\alpha-\gamma)\cdot\omega^n$

$\overrightarrow{CA}$ を $\dfrac{n\pi}{4}$ 回転して $\overrightarrow{CB}$ に最も近く

なるのは $\underline{n = 8k-5 \text{ (}k\text{は自然数)}}$