# 順天堂大学・医学部

**1**．（1） 一般項が $a_n=2^{n+3}3^{-n}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ について，$a_n<1$ を満たす最小の $n$ の値は$\square$である．また，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\square$ である．一般項が $b_n=a_1\times a_2\times\cdots\times a_n$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ について，$b_n<1$ を満たす最小の $n$ の値は$\square$である．ただし，$\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする．

（2） 四面体 OABC において，$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{AOC}=60^\circ$, $\mathrm{OA}=9$, $\mathrm{OB}=3$, $\mathrm{OC}=6$ である．点 P は辺 OA 上を，点 Q は辺 BC 上をそれぞれ独立に動く．このとき，線分 PQ を 2：1 に内分する点を R とする．

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}\ (0\leqq s\leqq 1)$, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{OC}}\ (0\leqq t\leqq 1)$ とし，辺 OB を 2：1 に内分する点を D とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{DR}}=s\vec{k}+t\vec{l},\ \vec{k}=\frac{\square}{\square}\overrightarrow{\mathrm{OA}},\ \vec{l}=\frac{\square}{\square}\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\frac{\square}{\square}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

と表され，点 R はある平面上を動くことがわかる．この平面を $H$ とすると，$|\vec{k}|^2=\square$, $|\vec{l}|^2=\square$, $\vec{k}\cdot\vec{l}=\square$ より，平面 $H$ 上で点 R が描く図形の面積は $\square\sqrt{\square}$ である．

（3） 4 次方程式 $P(x)=x^4-54x^2-40x+269=0$ を考える．

$x=y+b$ とおいたとき，$P(y+b)=y^4-4y^3-48y^2+64y+256$ となる定数 $b$ の値は $b=\square$ である．さらに $y=az$ とおいて，$P(az+b)=cz^4-cz^3+dz^2+cz+c$ となるように定数 $a$ を選ぶと $a=\square$ であり，このときの定数 $c$ と $d$ の値は $c=\square$, $d=\square$ である．

方程式 $P(az+b)=0$ において，$t=z-\dfrac{1}{z}$ とおくと $t=\dfrac{\square\pm\sqrt{\square}}{\square}$ である．

方程式 $P(x)=0$ の実数解のうちで最大のものは $x=\sqrt{\square}+\sqrt{\square+\square\sqrt{\square}}$ である．

（4） 次の$\square$に当てはまるものを，下の (A)〜(D) から選べ．

（i） 実数 $x$ について，$0<|x+2|-|x-1|<3$ は $-1<x<1$ であるための$\square$．

（ii） 実数 $x$ が有理数 $a,b$ を用いて $a^b$ と表せることは，$x$ が有理数であるための$\square$．

（iii） 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ が収束することは，数列 $\{a_n\}$ が $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=0$ を満たすための$\square$．

（iv） $m,n,l$ を整数とする．$m^2+n^2+l^2$ が奇数であることは，$m+n+l$ が奇数であるための$\square$．

(A) 必要十分条件である

(B) 必要条件であるが，十分条件ではない

(C) 十分条件であるが，必要条件ではない

(D) 必要条件でも十分条件でもない

**2**．3 次関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ について，以下の（1），（2），（3）それぞれの場合における定数 $a,b,c,d$ の値を求めよ．

（1） 3 次関数 $f(x)$ は以下の条件（i），（ii）を満たす．

条件（i）：$y=f(x)$ のグラフは直線 $y=6x$ と 3 個の共有点 $(-2,-12)$, $(1,6)$, $(4,24)$ を持つ．

条件（ii）：$f(x)$ の $x=-2$ における微分係数が $-3$ である．

このとき，条件（i）より $f(x)-6x=a\left(x+\boxed{ア}\right)\left(x-\boxed{イ}\right)\left(x-\boxed{ウ}\right)$ となる．ただし，$\boxed{イ}<\boxed{ウ}$ である．

さらに，条件（ii）を考慮して $a=\dfrac{\square}{\square}$, $b=\dfrac{\square}{\square}$, $c=\square$, $d=\square$ を得る．

（2） 3 次関数 $f(x)$ は以下の条件（i），（ii）を満たす．

条件（i）：$y=f(x)$ のグラフは直線 $y=6x$ と点 $(1,6)$ で接し，かつ共有点 $(4,24)$ を持つ．

条件（ii）：$y=f(x)$ のグラフは直線 $y=6x-12$ と接する．

このとき，$a=\square$, $b=\square$, $c=\square$, $d=\square$ である．

（3） 3次関数 $f(x)$ は以下の条件（ⅰ），（ⅱ）を満たす．

条件（ⅰ）：$y=f(x)$ のグラフは直線 $y=6x$ と点 $(1, 6)$ で接し，他に共有点はない．

条件（ⅱ）：$f(x)$ は $x=-3$ で極値をとる．

このとき，$a=\dfrac{\square}{\square}$, $b=\dfrac{\square}{\square}$, $c=\dfrac{\square}{\square}$, $d=\dfrac{\square}{\square}$ である．

**3**． 0以上の整数 $n$ に対して

$$I_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{2n+1}x\,dx$$

とする．

（1） $I_0$ を求めよ．

（2） $n \geqq 1$ のとき $I_n=(-1)^n\left(I_0+\sum_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^m}{2m}\right)$ が成り立つことを数学的帰納法によって示せ．

（3） $\log 2=-\sum_{m=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^m}{m}$ を示せ．ただし，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{4}$ において，$0 \leqq \tan x \leqq \dfrac{4}{\pi}x$ が成り立つことを用いてよい．