

日本大学・医学部（二次試験）

1. 次の定積分の値を求めなさい.

(1) $\int_{-1}^2 (x + |x| + 2)^2 dx$

(2) $\int_1^{\log 2} e^{2x} dx$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx$

(4) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$

2. k を定数とし, 2つの曲線

$y = 2x + k$ ①

$y = \sqrt{x} (x \geq 0)$ ②

を考える. 以下の問いに答えなさい.

(1) 曲線 ① と ② の異なる共有点の個数が 2 個であるような定数 k のとり得る値の範囲を求めなさい.

(2) k が (1) で求めた範囲にあるとき, 曲線 ① と ② の共有点の x 座標を α, β とする. ただし, $\alpha < \beta$ とする. 曲線 ② と 2つの直線 $x = \alpha, x = \beta$ および x 軸で囲まれる図形を x 軸の回りに 1 回転させてできる回転体の体積を $V(k)$ で表すとき, $V(k)$ を k を用いて表しなさい.

3. 関数 $f(x)$ は

$$\int_0^x f(t) dt = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$$

を満たすとする. 以下の問いに答えなさい.

(1) $f(x)$ を求めなさい.

(2) $x \geq 0$ とする. $y = f(x)$ の変曲点の x 座標を x_0 で表すとき, x_0 の値と定積分 $\int_0^{x_0} f(x) dx$ を求めなさい.

(3) 曲線 $y = f(x)$, $(0 \leq x \leq x_0)$, x 軸, y 軸および直線 $x = x_0$ で囲まれる部分を y 軸の回りに 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい. ただし, x_0 は (2) で求めた値とする.