大阪医科薬科大学・前期

1．次の問いに答えよ．

（1） 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}\cos\left(\frac{k^2\pi}{2n^2}\right)$$

（2） $a_n=\sum_{k=1}^{n}2k\sin\left(\frac{2k}{n}\pi\right)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

で定義される数列 $\{a_n\}$ がある．p を 2 以上の整数とするとき，$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^p}$ を求めよ．

2．xyz 空間において，原点を通り，ベクトル $\vec{m}=(-6,\ 2,\ 5)$ に平行な直線 l があり，また，点 $\mathrm{A}(-10,\ 0,\ 14)$, $\mathrm{B}(8,\ -1,\ -3)$ がある．次の問いに答えよ．

（1） 点 A から直線 l に垂線をおろし l との交点を C，同様に点 B から直線 l に垂線をおろし l との交点を D とする．C と D の座標を求めよ．また，ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ と $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|$ を求めよ．

（2） 4 点 A，B，C，D は同一平面上にないことを示せ．

（3） l 上に動点 P があるとき，線分の長さの和 AP＋BP の最小値と，そのときの点 P の座標を求めよ．

3．原点を O とする xy 平面において，曲線 $C:y=x^2-x+2$ と直線 $L:y=2x$ で囲まれた図形を S とする．図形 S の境界に含まれる C 上の各点を P として，各点 P から L に垂線をおろし，垂線と L との交点を H とする．線分 PH，線分 OH の長さをそれぞれ $r,\ h$ とする．次の問いに答えよ．

（1） 点 P の x 座標を t とするとき，r および h をそれぞれ t を用いて表せ．

（2） 図形 S を直線 L の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ．

4．（1） n を正の整数とする．二項係数に関する等式

$${}_{2n}\mathrm{C}_n-{}_{2n}\mathrm{C}_{n-1}=\frac{{}_{2n}\mathrm{C}_n}{n+1}$$

が成り立つことを示せ．

（2） コインを 1 枚投げる．投げたときの表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である．表が出れば得点は 1 点とし，裏が出れば得点は -1 点とする．この試行を 12 回繰り返す．1 回目から k 回目までの合計得点を S_k 点とする．ただし S_1 点は 1 回目の得点である．次の問いに答えよ．

（i） $S_{12}=0$ となる確率を求めよ．

（ii） $S_{12}=0$ であったとき，$S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_{11}$ がすべて負である確率を求めよ．