

解答速報

2025年2月4日 実施

藤田医科大学 医学部 前期 物理

(制限時間 理科2科120分)

医学部専門予備校



解 答

第1問

問1 $Mg + m_1g\cos\theta_1 + m_2g\cos\theta_2$

問2 $m_2g\sin\theta_2 - m_1g\sin\theta_1$

問3 $Hm_1g\sin\theta_1 + dm_1g\cos\theta_1$

問4 $m_{\text{th}} = \frac{Md + 2m_1(H\sin\theta_1 + d\cos\theta_1)}{2H\sin\theta_2}$

第2問

問1 $d = \frac{x^2}{2R}$

問2 $x = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda R}$

問3 暗い

問4 すべての明環の半径が $\frac{1}{\sqrt{n_1}}$ 倍に変化する

問5 $d' = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)$

問6 $\frac{2L^2}{3\lambda R_0 + 2L^2} < \frac{R}{R_0} < \frac{2L^2}{\lambda R_0 + 2L^2}$

問7 $3.0 \times 10^{-4} \text{ m}$

第3問

問1 $\sqrt{2meV}$

問2 $d\sqrt{\frac{2m}{eV}}$

問3 $\frac{2}{L}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$

問4 x 成分: $\frac{2eV}{L}$, y 成分: $-\frac{2\sqrt{3}eV}{L}$

問5 $\frac{\pi L}{2}\sqrt{\frac{m}{2eV}}$

問6 $\frac{eV\Delta t}{d}$

問7 $\frac{2eVT\Delta t}{\pi dL}$

第4問

問1 $\sqrt{\frac{2H}{g}}$

問2 $e\sqrt{2gH}$

問3 h

問4 $\frac{h}{(1+e)\sqrt{2gH}}$

問5 $\frac{h}{(1+e)^2} \left\{ (1+e)e - \frac{h}{4H} \right\}$

問6 $e > \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{h}{H}} \right)$

問7 小球Pの速さ： $\sqrt{2gH} + \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$ ， 小球Qの速さ： $\left| e\sqrt{2gH} - \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}} \right|$

※ 小球Qの速度は上向きを正とすれば絶対値が外れ $e\sqrt{2gH} - \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$ となる。

これは e が $\frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{H}} \right) < e < 1$ のときである。

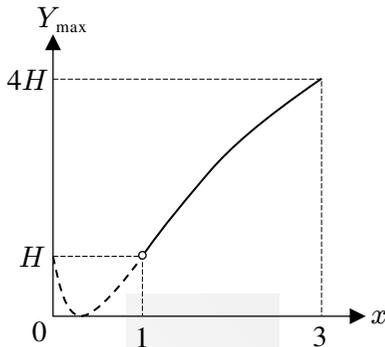
問8 小球Pの速さ： $\frac{|-m + e(2+e)M|}{m+M} \sqrt{2gH}$

小球Qの速さ： $\frac{|-(1+e+e^2)m + eM|}{m+M} \sqrt{2gH}$

問9 $\left\{ \frac{-m + e(2+e)M}{m+M} \right\}^2 H$

※ 問9は床付近で小球PとQが2回以上の衝突をすることはないと仮定して解答した。

問10



※ $0 \leq x \leq 1$ の範囲では問9の結果を用いて Y_{\max} が計算できない。破線部は仮に Y_{\max} が問9の表式で表されたとして描いたもので、物理的な意味はない。

解 説

第1問

問1 求める垂直抗力の大きさを N とすると、直方体に働く鉛直方向の力のつり合いより、

$$N = m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2$$

$$\text{答： } m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2$$

問2 求める静止摩擦力の大きさを R とする。 $\theta_2 > \theta_1$ かつ $m_2 > m_1$ より静止摩擦力は右向きである。直方体に働く水平方向の力のつり合いより、

$$R + m_1 g \sin \theta_1 = m_2 g \sin \theta_2 \quad \therefore R = m_2 g \sin \theta_2 - m_1 g \sin \theta_1$$

$$\text{答： } m_2 g \sin \theta_2 - m_1 g \sin \theta_1$$

問3 点Aに働くひも1による張力を水平右向き成分 $m_1 g \sin \theta_1$ と鉛直下向き成分 $m_1 g \cos \theta_1$ に分解すれば、Cを軸とした各成分の力のモーメントの腕の長さはそれぞれ H 、 d であるから、

$$\text{答： } H m_1 g \sin \theta_1 + d m_1 g \cos \theta_1$$

問4 $m_2 = m_{\text{th}}$ のとき、台から働く垂直抗力の作用点がCに達することから、Cを軸とした力のモーメントのつり合いより、

$$H m_{\text{th}} g \sin \theta_2 = \frac{d}{2} M g + H m_1 g \sin \theta_1 + d m_1 g \cos \theta_1$$

$$\text{答： } m_{\text{th}} = \frac{M d + 2 m_1 (H \sin \theta_1 + d \cos \theta_1)}{2 H \sin \theta_2}$$

第2問

問1 三平方の定理より、

$$d = R - \sqrt{R^2 - x^2} = R \left\{ 1 - \left(1 - \frac{x^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

与えられた近似式より、

$$d \doteq R \left\{ 1 - \left(1 - \frac{x^2}{2R^2} \right) \right\} = \frac{x^2}{2R}$$

$$\text{答： } d = \frac{x^2}{2R}$$

問2 $d > 0$ であり m は1から始まる整数であることと、平面ガラスでの反射では位相が π ずれることを考慮して、明環条件は、

$$2d = \left(m - \frac{1}{2} \right) \lambda \quad \therefore x = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2} \right) \lambda R}$$

$$\text{答: } x = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda R}$$

問3 $x = 0$ では経路差は0であるが、平面ガラスでの反射では位相が π ずれることから、

答: 暗い

問4 レンズの凸面での反射において位相が π ずれることになるが、平面ガラスでの反射では位相のずれがなくなる。総じて明暗は反転しない。波長が $\frac{1}{n_1}$ 倍になることから、

問2で求めた明環の半径 x の表式より、

答: すべての明環の半径が $\frac{1}{\sqrt{n_1}}$ 倍に変化する

問5 問1で得た d の表式の R を R_0 に変えたものを d から引けばよい。ゆえに、

$$\text{答: } d' = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)$$

問6 $x = L$ での経路差は問5で得た d' の表式より $L^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)$ であり、この経路差が

$\frac{\lambda}{2}$ より大きく $\frac{3}{2}\lambda$ より小さければよい。この不等式を R について解けば、

$$\frac{\lambda}{2} < L^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) < \frac{3\lambda}{2} \quad \therefore \quad \frac{2L^2 R_0}{3\lambda R_0 + 2L^2} < R < \frac{2L^2 R_0}{\lambda R_0 + 2L^2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{答: } \frac{2L^2}{3\lambda R_0 + 2L^2} < \frac{R}{R_0} < \frac{2L^2}{\lambda R_0 + 2L^2}$$

問7 問6で得た式①より、

$$R_0 - \frac{2L^2 R_0}{\lambda R_0 + 2L^2} < R_0 - R < R_0 - \frac{2L^2 R_0}{3\lambda R_0 + 2L^2}$$

となり、 $\Delta R = R_0 - R$ の上限 ΔR_{\max} は、

$$\Delta R_{\max} = R_0 - \frac{2L^2 R_0}{3\lambda R_0 + 2L^2} = \frac{3\lambda R_0}{3\lambda R_0 + 2L^2} R_0$$

ここで与えられた数値より、

$$3\lambda R_0 = 3 \cdot 500 \text{ nm} \cdot 1.0 \text{ m} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$2L^2 = 2 \cdot (5 \text{ cm})^2 = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

ゆえに、

$$\Delta R_{\max} = \frac{3\lambda R_0}{2L^2} R_0 = \frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \cdot 1.0 \text{ m} = 3.0 \times 10^{-4} \text{ m}$$

答: $3.0 \times 10^{-4} \text{ m}$

第3問

[A]

問1 その瞬間の荷電粒子の速さを v として、エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \therefore mv = \sqrt{2meV}$$

答: $\sqrt{2meV}$

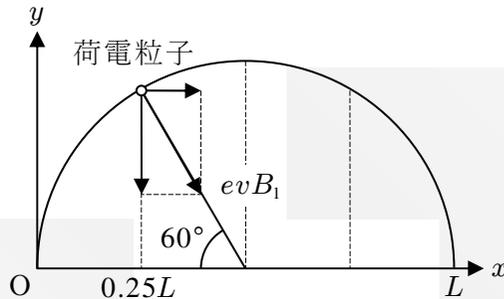
問2 極板間電場強度は $\frac{V}{d}$ だから、加速過程において荷電粒子が受ける静電気力は $\frac{eV}{d}$ である。求める時間を Δt_0 として、この過程の運動量と力積の関係より、

$$mv = \frac{eV}{d} \Delta t_0 \quad \therefore \Delta t_0 = \sqrt{2meV} \cdot \frac{d}{eV} = d\sqrt{\frac{2m}{eV}}$$

答: $d\sqrt{\frac{2m}{eV}}$

問3 磁場中の荷電粒子の等速円運動における円運動の方程式より、

$$m \frac{v^2}{L} = evB_1 \quad \therefore B_1 = \frac{2}{eL}mv = \frac{2}{eL}\sqrt{2meV} = \frac{2}{L}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$$

答: $B_1 = \frac{2}{L}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$ 問4 $x = 0.25L$ を通過する瞬間の荷電粒子の位置は次図の通り。

ゆえに、磁場から受ける力の各成分は、

$$x \text{ 成分: } f_x = \frac{1}{2}evB_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2m}{L}v^2 = \frac{2eV}{L}$$

$$y \text{ 成分: } f_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}evB_1 = -\frac{2\sqrt{3}eV}{L}$$

答: $x \text{ 成分: } \frac{2eV}{L}, y \text{ 成分: } -\frac{2\sqrt{3}eV}{L}$ 問5 求める時間 T_0 は磁場中の荷電粒子の円運動の半周期であるから、

$$T_0 = \frac{\pi L}{v} = \frac{\pi L}{2} \sqrt{\frac{m}{2eV}}$$

$$\text{答: } \frac{\pi L}{2} \sqrt{\frac{m}{2eV}}$$

[B]

問6 求める運動量は加速過程で及ぼされる力積に等しい。加速過程で受ける力の大きさは変わらず $e\frac{V}{d}$ であり、作用時間が Δt であるから、

$$\text{答: } \frac{eV\Delta t}{d}$$

問7 求める質量を m' 、等速円運動の速さを v' とすれば、前問より、

$$m'v' = \frac{eV\Delta t}{d} \quad \therefore v' = \frac{eV\Delta t}{m'd}$$

検出時間は等速円運動の半周期として、

$$T = \frac{\pi L}{2v'} = \frac{\pi L}{2} \cdot \frac{m'd}{eV\Delta t} \quad \therefore m' = \frac{2eVT\Delta t}{\pi dL}$$

$$\text{答: } \frac{2eVT\Delta t}{\pi dL}$$

※ ここで用いた Δt は定量的に求められる。問3で記述した円運動の方程式、

$$m \frac{v^2}{L} = evB_1 \quad \therefore mv = \frac{eLB_1}{2}$$

であり、磁場と半径と電荷が同じ場合、荷電粒子の運動量は同じ値となる。つまり、

$$m'v' = mv \quad \therefore \frac{eV\Delta t}{d} = \sqrt{2meV} \rightarrow \Delta t = d\sqrt{\frac{2m}{eV}}$$

となる。これは問2で求めたもとの荷電粒子の加速時間 Δt_0 と一致する。すなわち、質量が異なっても検出器に達する限り、要する加速時間は同じなのである。これは荷電粒子が加速区間で受ける力の大きさが変わらないからである。加速時間が同じでも、荷電粒子が重ければ、その時間で進む時間は d よりも小さくなる。本設問はそういった場合を想定しているのだろう。スイッチを閉じている時間の長さを0から徐々に長くしていき、元と同じ加速時間 $\Delta t = d\sqrt{\frac{2m}{eV}}$ となったときに検出器に達するようになるのである。

しかし結果として Δt は定まる値なので解答に用いるのには違和感がある。代入してみると、

$$m' = \frac{2eVT}{\pi dL} \cdot d\sqrt{\frac{2m}{eV}} = \frac{2\sqrt{2meV}}{\pi L} T = \frac{T}{T_0} m$$

とシンプルな表式に書き換えられる。ただし、使用可能文字に m は含まれていないため、これは解答とはならない。また、円運動の時間が質量に比例することは、もっと

簡単に円運動の方程式からも導ける。

第4問

問1 小球Qが床に達するまでにかかる時間を t_Q とすれば、等加速度運動の式より、

$$\frac{1}{2}gt_Q^2 = H \quad \therefore t_Q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\text{答: } \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

問2 小球Qが床ではねかえる直前の速さを v_0 とすると、力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH \quad \therefore v_0 = \sqrt{2gH}$$

である。床ではねかえりにより、速度は $-e$ 倍になるため、はねかえった直後の速さは $ev_0 = e\sqrt{2gH}$ である。

$$\text{答: } e\sqrt{2gH}$$

問3 小球PとQは、同じ時刻から自由落下しているため、小球Qが床に達するまで相対速度は0のままであるから、小球Pと小球Qの距離は h で一定である。よって、小球Qが床に衝突した瞬間には、小球Pの床からの高さは h である。

$$\text{答: } h$$

以下では、小球の速度、加速度を鉛直上向きを正として記述する。

問4 小球Qが床ではねかえった直後において、小球Pの速度は $-v_0$ 、小球Qの速度は ev_0 である。ここから小球PとQが衝突するまで、等しい加速度 $-g$ で落下するため、Pから見たQの相対速度は $ev_0 - (-v_0) = (1+e)v_0$ で一定である。小球Qが床ではねかえてから小球PとQが衝突するまでの時間を Δt とすれば、この間に一定の相対速度 $(1+e)v_0$ で距離 h を進むことから、

$$(1+e)v_0\Delta t = h \quad \therefore \Delta t = \frac{h}{(1+e)v_0} = \frac{h}{(1+e)\sqrt{2gH}}$$

$$\text{答: } \frac{h}{(1+e)\sqrt{2gH}}$$

問5 衝突点の高さを H_1 として、床ではねかえてから衝突するまでの小球Qの等加速度運動に着目すれば、

$$\begin{aligned} H_1 &= ev_0\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = ev_0 \cdot \frac{h}{(1+e)v_0} - \frac{1}{2}g\left\{\frac{h}{(1+e)v_0}\right\}^2 \\ &= \frac{h}{(1+e)^2} \left\{ (1+e)e - \frac{h}{4H} \right\} \end{aligned}$$

$$\text{答: } \frac{h}{(1+e)^2} \left\{ (1+e)e - \frac{h}{4H} \right\}$$

問6 問5で求めた H_1 が、 $H_1 > 0$ でなければならないことから、

$$(1+e)e - \frac{h}{4H} > 0 \quad \therefore \quad e^2 + e - \frac{h}{4H} > 0$$

が成り立たなければならない。 $e > 0$ に注意して解けば、

$$e > \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{h}{H}} \right)$$

$$\text{答: } e > \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{h}{H}} \right)$$

問7 小球P、Qが空中で衝突する直前の速度をそれぞれ v 、 V として、それぞれの等加速度運動に着目すれば、

$$v = -v_0 - g\Delta t = -\sqrt{2gH} - \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

$$V = ev_0 - g\Delta t = e\sqrt{2gH} - \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

である。答えるべきは速さであるから、 v 、 V の符号を考えなければならない。 v の式では2つの項が明らかに負であるから、 $v < 0$ であり、

$$|v| = \sqrt{2gH} + \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

である。一方、 V の式では、第1項が正、第2項が負であるから、この大小によって符号が変わりうる。 $V > 0$ となるのは、

$$V = \sqrt{2gH} \left\{ e - \frac{h}{2(1+e)gH} \right\} = \frac{\sqrt{2gH}}{1+e} \left\{ (1+e)e - \frac{h}{2H} \right\}$$

より、

$$(1+e)e - \frac{h}{2H} > 0 \quad \therefore \quad e > \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{H}} \right)$$

のときである。問6の条件と比較すると、こちらの条件のほうが厳しいため、 $V > 0$ とならない場合がありうる事がわかる。よって、 V の符号は定まらない。

$$\text{答: 小球Pの速さ: } \sqrt{2gH} + \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

$$\text{小球Qの速さ: } \left| e\sqrt{2gH} - \frac{h}{1+e} \sqrt{\frac{g}{2H}} \right|$$

問8 $h \rightarrow 0$ とすると、衝突直前の小球P、Qの速度は

$$v = -v_0, \quad V = ev_0$$

である。衝突直後の小球P, Qの速度をそれぞれ v' , V' とすれば,

$$\text{鉛直方向の運動量保存則: } mv' + MV' = -mv_0 + eMv_0$$

$$\text{はねかえり係数の式: } v' - V' = -e(-v_0 - ev_0)$$

が成立する。これらを解くと,

$$v' = \frac{-m + e(2+e)M}{m+M}v_0, \quad V' = \frac{-(1+e+e^2)m + eM}{m+M}v_0$$

を得る。これに $v_0 = \sqrt{2gH}$ を代入すればよい。 e , m , M の値によって v' , V' は正にも負にもなりうるため、衝突直後の小球P, Qの速さはこれらの絶対値として解答すべきである。

$$\text{答: 小球Pの速さ: } \frac{|-m + e(2+e)M|}{m+M} \sqrt{2gH}$$

$$\text{小球Qの速さ: } \frac{|-(1+e+e^2)m + eM|}{m+M} \sqrt{2gH}$$

問9 問8で求めた小球Pの速度 v' がもし負であったとすれば、直後に再び小球Qとの衝突が起こる。その衝突直後においても小球Pの速度の正負は不明であるから、何回衝突が起こるかは e , m , M の値によってしまう。これを場合分けして解くことは題意ではないと思われるため、床付近で小球PとQが2回以上の衝突をすることはなく、小球Pは問8で求めた速度 v' (> 0)で上昇を始めると仮定して考察を進める。

小球Pは正の速度 v' で床から投げ上げられたと考えられるため、小球Pの力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}mv'^2 = mgY_{\max} \quad \therefore Y_{\max} = \frac{v'^2}{2g} = \left\{ \frac{-m + e(2+e)M}{m+M} \right\}^2 H$$

$$\text{答: } Y_{\max} = \left\{ \frac{-m + e(2+e)M}{m+M} \right\}^2 H$$

問10 問8で得た v' , V' の式に $e = 1$, $M = xm$ を代入して整理すれば,

$$v' = \frac{-m + 3xm}{m+xm}v_0 = \frac{-1+3x}{1+x}v_0$$

$$V' = \frac{-3m+xm}{m+xm}v_0 = \frac{-3+x}{1+x}v_0$$

となる。このとき、 $v' > 0$ でなければ、小球Pは再び小球Qに衝突することになるため、 $v' > 0$, すなわち、 $x > \frac{1}{3}$ でなければならない。 $v' > 0$ であっても、小球Qが床

と衝突することによって直ちに速度反転し、速度 $-V' = \frac{3-x}{1+x}v_0$ で上昇を始めたとき

に速さ $v' = \frac{-1+3x}{1+x}v_0$ の小球Pに追いついてしまっはいけないため,

$$v' > -V' \quad \therefore \frac{-1+3x}{1+x}v_0 > \frac{3-x}{1+x}v_0 \quad \therefore x > 1$$

も満たす必要がある。したがって、小球PとQが2回以上の衝突をすることがないとして計算した Y_{\max} の式は、 $x > 1$ の範囲でのみ正しい。 $x < 1$ の場合に2回以上の衝突をすることも考慮して Y_{\max} を計算することもできるが、題意ではないであろうことから、これ以上の考察には立ち入らないでおく。

$x > 1$ であると仮定して、問9の結果に $e = 1$ 、 $M = xm$ を代入して整理すれば、

$$Y_{\max} = \left(\frac{-m + 3xm}{m + xm} \right)^2 H = \left(\frac{-1 + 3x}{1 + x} \right)^2 H$$

となる。 x の定義域に注意してグラフを描けば次図のようになる。 $x \rightarrow \infty$ の極限では $Y_{\max} \rightarrow 9H$ となる。

