２０２５年２月１１日　実施

東京慈恵会医科大学

医学部　一般　**物理**

（制限時間　理科２科１２０分）

解　答

第１問

問１ $P_A V_A - P_B V_B$

問２ 内部エネルギーの変化は $\frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$ であるから，熱力学第一法則より，

$$\frac{3}{2}(P_A V_A - P_B V_B) = P_A V_A - P_B V_B \qquad \therefore \quad P_A V_A = P_B V_B$$

ゆえに状態方程式より $T_A = T_B$ である。（導出終了）

問３ $\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{2}{3}}$

問４　断熱微小変化における熱力学第一法則より，与えられた式

$$\frac{3}{2}Nk\varDelta T + P\varDelta V = 0$$

が説明される。状態方程式の全微分形

$$P\varDelta V + \varDelta PV = Nk\varDelta T$$

より $\varDelta T$ を消去すれば，

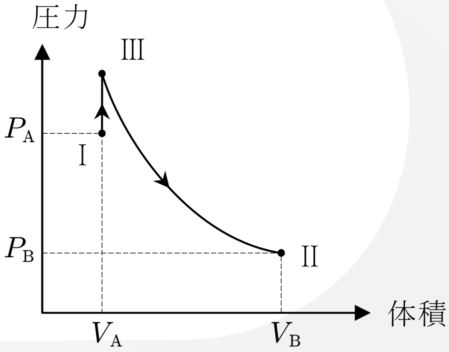
$$\frac{5}{2}P\varDelta V + \frac{3}{2}\varDelta PV = 0 \qquad \therefore \quad \frac{\varDelta P}{P} = -\frac{5}{3}\frac{\varDelta V}{V}$$

与えられた近似式より（ただの不定積分），

$$\varDelta \log P = -\frac{5}{3}\varDelta \log V \qquad \therefore \quad \varDelta \log PV^{\frac{5}{3}} = 0$$

よって PV^{γ} は一定である。（導出終了）

問５　問３の断熱変化を過程Ⅰ→Ⅱとする。PV^{γ} が減少する断熱過程があったとすれば，例えば，断熱過程Ⅱ→Ⅰが自然に起こることになる。例えば次図のような放熱過程のない熱効率１の熱機関（第２種永久機関）を作ることができる。過程Ⅱ→Ⅰは曲線が引けない問３の断熱的逆変化，



過程Ⅰ→Ⅲは定積加熱，過程Ⅲ→Ⅱは断熱膨張である。

第２問

問１　波長：$\dfrac{hc}{E}$，運動量の大きさ：$\dfrac{E}{c}$

問２　$(M-m)c^2+\dfrac{P^2}{2(M-m)}+cP=Mc^2$

問３　二次方程式の解の公式より，

$$P=(M-m)c\left\{-1+\sqrt{1+\frac{2m}{M-m}}\right\}$$

$M\gg m$より$\dfrac{2m}{M-m}$は1より十分に小さいため，近似して，

$$P=(M-m)c\left\{-1+\left(1+\frac{m}{M-m}\right)\right\}=mc$$

ゆえにガンマ線光子1個のエネルギーは$cP=mc^2$である。（説明終了）

※ 問２で得たエネルギー保存則においてMの依存性が存在するのは放射性粒子の運動エネルギーの項のみであるから，はじめから$M\to\infty$として運動エネルギーの項を消去してしまってもよいと思うが，$cP<mc^2\ll Mc^2$と与えられているため，近似計算をするのが題意だろうと推察した。

問４　結晶が静止した状態で放出されるガンマ線の振動数をν_0，検出器で検出されるガンマ線の振動数をνとする。結晶からガンマ線が放出されたときの台車の速さをv_0とし，音波同様にドップラー効果の式が成立すると仮定すれば，

$$\nu=\frac{c+v_0+a\dfrac{\Delta x}{c}}{c+v_0}\nu_0=\left\{1+\frac{a\Delta x}{c(c+v_0)}\right\}\nu_0$$

台車の速さは光速に比べて十分遅いとみなせるとあるので$c+v_0\fallingdotseq c$とすれば，

$$h\nu=\left(1+\frac{a\Delta x}{c^2}\right)h\nu_0=\left(1+\frac{a\Delta x}{c^2}\right)mc^2=mc^2+ma\Delta x$$

（答）$mc^2+ma\Delta x$

※ はじめからv_0を無視して計算しても同じ結果となる。

問５　向き：x軸負の向き，大きさ：ma

問６　質量はエネルギーである。慣性力は単に質量に与えられる力というわけではなく，光子のように質量を持たない粒子にもその光子のエネルギーに対応する力として与えられる。すなわち加速系は質量のあるなしに関わらず，その粒子のエネルギーおよび加速系の加速度に応じて，粒子にエネルギー変化を与えることになる。

解　説

第１問

問 1 容器A側では一定の圧力 P_A で体積が V_A だけ減少しているため，気体は外部から P_AV_A だけ仕事をされており，容器B側では一定の圧力 P_B で体積が V_B だけ増加しているため，気体は外部に P_BV_B だけ仕事をしている。よって，気体が外部からされた仕事の合計は，

答：$P_AV_A - P_BV_B$

問 2 解答の通り。

問 3 $P_AV_A = P_BV_B$ に注意して比を考えると，

$$\frac{P_B{V_B}^{\gamma}}{P_A{V_A}^{\gamma}} = \left(\frac{P_BV_B}{P_AV_A}\right)^{\gamma}\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{2}{3}}$$

答：$\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{2}{3}}$（倍）

問 4 絶対温度 T，分子数 N の単原子分子理想気体の内部エネルギーは $\frac{3}{2}NkT$ と表されるため，温度が $\varDelta T$ だけ変化した際の内部エネルギー変化は $\frac{3}{2}Nk\varDelta T$ である。圧力 P の気体の体積が微小量 $\varDelta V$ だけ増加したときに，気体が外部にする仕事は $P\varDelta V$ である。断熱変化では吸熱量が0であることに注意して熱力学第一法則を記述すれば，

$$\frac{3}{2}Nk\varDelta T + P\varDelta V = 0$$

である。変化前後の理想気体の状態方程式より，

$$(P+\varDelta P)(V+\varDelta V) = Nk(T+\varDelta T)$$

$$PV = NkT$$

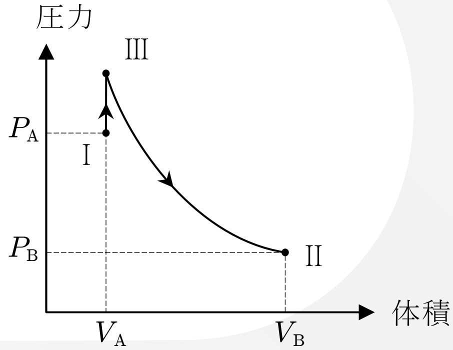
$$\therefore\quad \varDelta PV + P\varDelta V \cancel{+\varDelta P\varDelta V} = Nk\varDelta T$$

これが解答の「状態方程式の全微分形」である。以下，解答の通り。

問 5 問3の断熱変化（過程Ⅰ→Ⅱとする）においては，$P_A > P_B$ より，

$$\frac{P_B{V_B}^{\gamma}}{P_A{V_A}^{\gamma}} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{2}{3}} > 1$$

であり，この過程は PV^{γ} が増加する断熱過程である。この過程を逆向きに進む過程Ⅱ→Ⅰは，PV^{γ} が減少する断熱過程であるといえる。この過程は $P-V$ 図上の曲線に表すことはできないが，状態Ⅰ，Ⅱは温度 $T_A = T_B$ であるような等



温曲線上の点である。右図のように，吸熱を伴わない過程Ⅱ→Ⅰ，定積加熱過程Ⅰ→Ⅲ，PV^{γ}を一定に保つ通常の断熱膨張過程Ⅲ→Ⅱで熱機関を構成すれば，放熱過程のない熱効率1の熱サイクル，すなわち第２種永久機関となる。

第２問

問１ 解答の通り。

答：波長：$\dfrac{hc}{E}$，運動量の大きさ：$\dfrac{E}{c}$

問２ ガンマ線光子放出前の放射性粒子の静止エネルギーはMc^2，運動エネルギーは0である。運動量保存則より，光子放出後の放射性粒子とガンマ線光子の運動量の大きさは等しくPである。すると光子放出後の放射性粒子の静止エネルギーは$(M-m)c^2$，運動エネルギーは$\dfrac{P^2}{2(M-m)}$，ガンマ線光子のエネルギーはcPと表せる。以上より，光子放出前後のエネルギー保存則は，

答：$(M-m)c^2+\dfrac{P^2}{2(M-m)}+cP=Mc^2$

問３　説明は解答の通り。

問４　導出は解答の通り。

（答）$mc^2+ma\varDelta x$

問５　問４で得たエネルギーの表式より，台車の加速によりガンマ線光子がされた仕事Wは，ガンマ線光子のエネルギーの変化として，

$$W=h\nu-h\nu_0=mc^2+ma\varDelta x-mc^2=ma\varDelta x$$

と表せる。位置エネルギーとは将来されるだろう仕事として定義されるため，この定義に従い，ガンマ線光子が検出器に達した状態Ⅰを基準とし，ガンマ線光子が結晶から放出される瞬間の状態Ⅱにおける位置エネルギーUは，

$$U=W=ma\varDelta x$$

である。この位置エネルギーは状態Ⅰより状態Ⅱの方が高い。すなわちこれが力によるものだと仮定すれば，この力は結晶から検出器の方向に働いているとみなせる。この微小過程において働く力が一定であるとすれば，その力の大きさはmaとなる。問題文には「減少分の質量mはこの位置エネルギーからどのような力を受けることになるか」とあるが，質量はエネルギーと等価であるため，「減少分の質量m」を「ガンマ線光子」そのものと解釈すれば対応としてわかり易いだろう。

（答）向き：x軸負の向き，大きさ：ma

※ 下線部：力という概念はニュートン力学のいわば古い概念である。ガンマ線光子に力

が働くということではないが，ニュートン力学に無理やり対応させれば，左向きに働いていると「みなせる」という表現が適切である。大学で学習する量子力学や相対論には「力」という仲介役は存在せず，相互作用は運動量のやり取りとして解釈される。

問６　解答の通りである。問題文の述べている通り，力と質量の概念はニュートン力学ではうまく定義されないおぼろげな概念である。これはニュートン力学がそれだけで完成された物理理論ではないという事例の一つとして述べられている。「問１から問５までの結果は慣性力というものについて何を物語るか」という実に抽象的な問いだが，解答するには「ガンマ線光子には質量がないこと」「質量がなくても慣性力が仕事をしているようにみえること」を盛り込んで論ずればよいだろう。