2025年度　私大医学部入試

解答速報

医学部専門予備校 D組

2025年2月22日　実施

近畿大学

医学部　後期　数　学

（制限時間　60分）

解答・解説

[1]

(1) n個の項から全てxをとり出したときの積より $\underline{1}$

(2) n個の項から全てxでない数をとり出したときの積より $\underline{n!}$

(3) n個の項から$(n-1)$個のxと1個だけ数字をとり出した時の積の和より

$$x^{n-1}+2x^{n-1}+3x^{n-1}+\cdots+nx^{n-1}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}k\cdot x^{n-1}=\frac{1}{2}n(n+1)x^{n-1}$$

よって $\underline{\frac{1}{2}n(n+1)}$

(4) (3)と同様に考えて異なる2つの数の積の和が係数となるので

$$\left\{\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2-\sum_{k=1}^{n}k^2\right\}\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{2}(n-1)n(n+1)(3n+2)}$$

(5) 同様に異なる3つの数の積の和が係数となるので.

$$\left\{\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^3-3\left(\sum_{k=1}^{n}k^2\times\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}k^3\right)-\sum_{k=1}^{n}k^3\right\}\times\frac{1}{6}$$
$$=\left\{\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^3-3\sum_{k=1}^{n}k^2\times\sum_{k=1}^{n}k+2\sum_{k=1}^{n}k^3\right\}\times\frac{1}{6}$$
$$=\underline{\frac{1}{48}(n-2)(n-1)n^2(n+1)^2}$$

[2]

$BC=a,\ AC=b,\ AB=c$ とおくと

正弦定理より

$$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$$
$$=6:5:4$$

よって $a=6k,\ b=5k,\ c=4k\ (k>0)$ と表せ.

余弦定理から $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\underline{\dfrac{1}{8}}$ であり

$\sin A=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$ となる.

正弦定理より

$$\frac{a}{\sin A}=2\times4$$
$$a=8\times\frac{3\sqrt{7}}{8}=\underline{3\sqrt{7}}$$

また $a=6k=3\sqrt{7}$ より $k=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ から

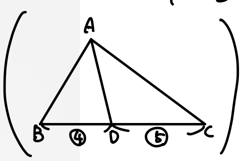
$$(\triangle ABC\text{の面積})=\frac{1}{2}bc\sin A$$
$$=\underline{\frac{105\sqrt{7}}{16}}$$

$\triangle ABC$の内接円の半径をrとおくと

$$\frac{1}{2}r(a+b+c)=\frac{105\sqrt{7}}{16}$$
$$r=\underline{\frac{7}{4}}\ \text{である.}$$

角の二等分線の性質より

$BD:CD=AB:AC$
$=4:5$ であるから



△ABDの面積 $= \dfrac{105\sqrt{7}}{16} \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{35\sqrt{7}}{12}$ となる.

$\cos A = 1 - 2\sin^2\dfrac{A}{2}$ より $\sin\dfrac{A}{2} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$ より

(△ABDの面積) $= \dfrac{1}{2}\cdot AB \cdot AD \cdot \sin\dfrac{A}{2}$ から

$$\frac{35\sqrt{7}}{12} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times AD \times \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$AD = \frac{5\sqrt{7}}{3}$$

[3]

(1) $f(x) = x^3 + 3x^2 + (m+3)x$

$f'(x) = 3x^2 + 6x + (m+3)$

$f(x)$が極値をもつとき,

$f'(x)=0$は異なる2つの実数解をもつので

$\dfrac{(\text{判別式})}{4} = 9 - 3(m+3)$

$= -3m > 0$ よって $m<0$

(2) 接点のx座標をaとおくと

$f'(a) = m$ より

$3a^2 + 6a + m + 3 = m$

$(a+1)^2 = 0$ から $a = -1$

よって $A(-1, -1-m)$

(3) l_2の方程式は

$y = -\dfrac{1}{m}(x+1) + (-1-m)$

$y = -\dfrac{1}{m}x - \dfrac{1}{m} - 1 - m$ より

$y = f(x)$と連立して共有点のx座標は

$x^3 + 3x^2 + (m+3)x = -\dfrac{1}{m}x - \dfrac{1}{m} - 1 - m$

$x^3 + 3x^2 + \left(m + 3 + \dfrac{1}{m}\right)x + \dfrac{1}{m} + 1 + m = 0$

$(x+1)\left(x^2 + 2x + \dfrac{1}{m} + 1 + m\right) = 0$

より $x = -1,\ -1 \pm \sqrt{-\dfrac{1}{m} - m}$

となり $\alpha = -1 - \sqrt{-\dfrac{1}{m} - m}$

$-m = t\ (>0)$ とおくと

相加平均・相乗平均の不等式から

$\alpha = -1 - \sqrt{\dfrac{1}{t} + t} \leqq -1 - \sqrt{2}$

等号成立は $\dfrac{1}{t} = t\ (t>0)$ より $t = 1$

すなわち $m=-1$のとき最大値 $-1-\sqrt{2}$ をとる