２０２５年２月４日　実施

埼玉医科大学

医学部　前期　数　学

（制限時間　５０分）

解答・解説

$\boxed{1}$

問1. $f(x)=e^{x}+3e^{-x}$.

相加平均と相乗平均の大小関係より

$$f(x) \geqq 2\sqrt{e^{x}\times 3e^{-x}} = 2\sqrt{3}$$

等号成立は $e^{x}=3e^{-x}=\sqrt{3}$

$$\therefore x=\frac{1}{2}\log 3$$

問2. 求める点を γ とおくと

$$\gamma-\beta=(\alpha-\beta)\cdot\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

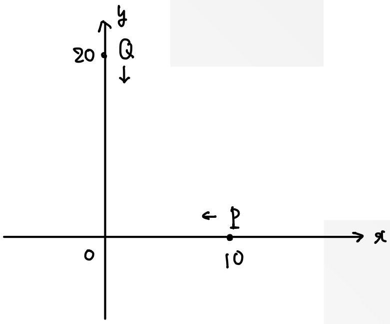
$$\gamma = 1-2i+\{(2+i)-(1-2i)\}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

$$= 1-2i+(1+3i)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot(1+i)$$

$$= 1-2i+\frac{\sqrt{2}}{2}(-2+4i)$$

$$=(\sqrt{2}-1)(-1+2i)$$

$\boxed{2}$



問1. $P(10-t,0)$ $Q(0,20-t)$ $(t\geqq 0)$ とおく

$$PQ^2=(10-t)^2+(20-t)^2$$

$$=2t^2-60t+500$$

$$=2(t-15)^2+50$$

$t=15$ のとき $\min PQ=5\sqrt{2}$

問2. $P(10-t,0)$, $Q(0,20-3t)$ $(t\geqq 0)$ とおく

$$PQ^2=(10-t)^2+(20-3t)^2$$

$$=10t^2-140t+500$$

$$=10(t-7)^2+10.$$

$t=7$ のとき. $\min PQ=\sqrt{10}$

問3. $P(10-t,0)$, $Q(0,20-kt)$ $(t\geqq 0)$ とおく

$$PQ^2=(10-t)^2+(20-kt)^2$$

$$=(k^2+1)t^2-20(2k+1)t+500$$

$$=(k^2+1)\left\{t-\frac{10(2k+1)}{k^2+1}\right\}^2-\frac{100(2k+1)^2}{k^2+1}+500.$$

よって $t=\dfrac{10(2k+1)}{k^2+1}$ のとき PQ は min

これを $f(k)$ とおくとき.

$$f(k)=\frac{10(2k+1)}{k^2+1}$$

$2k+1=s$ とおくと $k=\dfrac{s-1}{2}$

$$f(k)=\frac{10s}{\left(\frac{s-1}{2}\right)^2+1}$$

$$=\frac{40s}{s^2-2s+5}$$

$$=\frac{40}{s+\frac{5}{s}-2}$$

相加平均と相乗平均の大小関係より

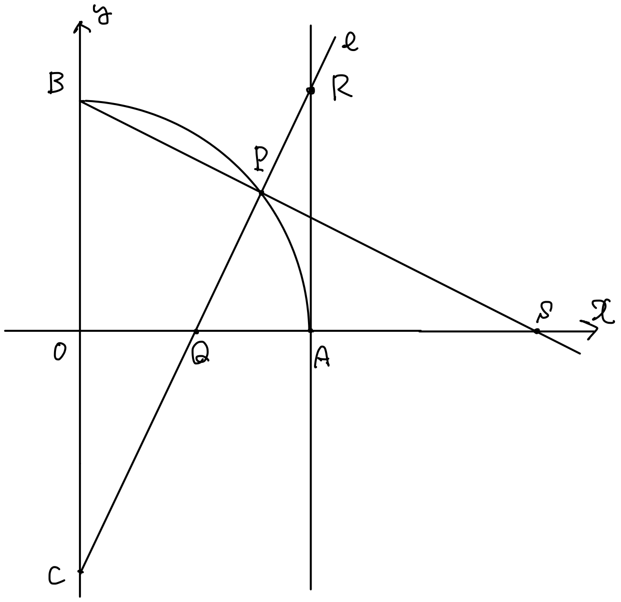
$$s+\frac{5}{s}\geqq 2\sqrt{5}.$$

等号成立は $s=\dfrac{5}{s}=\sqrt{5}$ のとき.

よって $s=\sqrt{5}$ つまり $k=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ のとき

d は max である

3



問1　BCを直径とする円上にPがあるから

$\angle BPC = \frac{\pi}{2}$. よって l' は l に直交し、その傾きは $-\frac{1}{t}$

問2.　$l: y = tx-1$,　$l': y = -\frac{1}{t}x+1$

より. 点Q $(\frac{1}{t}, 0)$. 点S $(t, 0)$ であり.

$\triangle PBC \sim \triangle PQS$

よって $\frac{\triangle PBC}{\triangle PQS} = 3$ から 相似比は $\sqrt{3}:1$

故に　$BC:QS = 2:(t-\frac{1}{t}) = \sqrt{3}:1$

$$\sqrt{3}(t-\frac{1}{t}) = 2$$

$$\sqrt{3}(t^2-1) = 2t$$

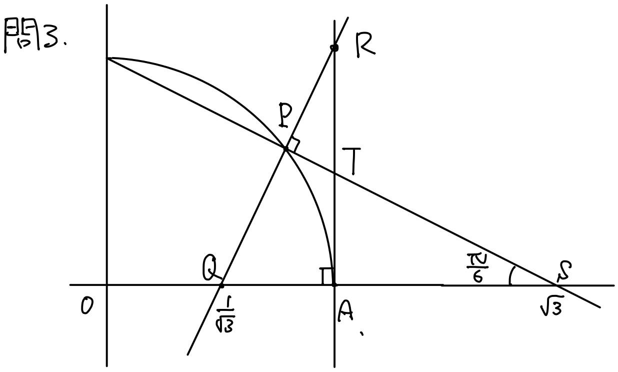
$$\sqrt{3}t^2 - 2t - \sqrt{3} = 0$$

$$(\sqrt{3}t+1)(t-\sqrt{3}) = 0$$

$t>1$ より $t=\sqrt{3}$

このとき $\angle ATP = \frac{2}{3}\pi$

問3.



図より　$QS = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

よって　$PS = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\frac{\pi}{6} = 1$.

また　$AS = \sqrt{3}-1$.

$ST = (\sqrt{3}-1) \times \frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$

よって　$PT = 1 - \frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-3}{3}$

4

問1.　異なるA.B.C.D.Eから重複を許して10個えらぶので.

$${}_5H_{10} = {}_{14}C_{10} = {}_{14}C_4 = 1001$$

問2.　Aにk個分配するとき,残り10−k個をB.C.D.Eに分配すればよく.

$${}_4H_{10-k} = {}_{13-k}C_{10-k} = {}_{13-k}C_3$$

$$= \frac{1}{6}(13-k)(12-k)(11-k)$$

$$= \frac{1}{6}(10-k+1)(10-k+2)(10-k+3)$$