

聖マリアンナ医科大学・後期

1. 年利率 1.875% で 3600 万円を借り入れ, 毎年, 一定額 x 万円を返済することにした. なお $x > 0$ とする. また, 自然数 k に対し, k 年後の借り入れ残高を a_k で表すものとし, a_k が $x \leq 1.01875 \times a_k$ である場合のみ a_{k+1} を考えるものとする. このとき, a_{k+1} は

$$a_{k+1} = 1.01875 \times a_k - x, \quad a_1 = 1.01875 \times 3600 - x$$

を満たす. 以下の (1), (2) の \square にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) $a_k = a_{k+1}$ を満たすような x の値は \square である.
 (2) $a_{20} = 0$ を満たすような x の値は \square である. なお $1.01875^{20} = 1.45$ として計算せよ.
2. 座標平面において, $x = 4\sqrt{3}\sin\theta(1 - \cos\theta)$, $y = 4\sqrt{3}(2 + \cos\theta - \cos^2\theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) と媒介変数表示される曲線を C とする. 以下の (1)~(3) の \square にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) x の値域を求めると $\square \leq x \leq \square$ となる. また,

$$\frac{dx}{d\theta} = -\square \cos 2\theta + \square \cos \theta$$

となる.

- (2) y の値域を求めると $\square \leq y \leq \square$ となる. また,

$$\frac{dy}{d\theta} = \square \sin 2\theta - \square \sin \theta$$

となる.

- (3) 曲線 C の長さを求めると \square である.

3. a, b を実数の定数とし $(a, b) \neq (0, 0)$ とする. 原点 O を焦点, 直線 $2ax + 3by = 1$ を準線とする放物線を C とする. つまり曲線 C 上の点 $P(s, t)$ は直線 $2ax + 3by = 1$ までの距離と, 原点 O までの距離とが等しい点である. 以下の (1)~(3) の \square にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) s, t の満たす方程式を a, b を用いて表すと

$$\square s^2 - \square st + \square t^2 + \square s + \square t - 1 = 0$$

となる.

- (2) $a > 0$ とする. 曲線 C 上を点 P が動くとき, P の x 座標 s には最大値がある. その最大値を与える点を Q とする.

(i) $b = 0$ のとき, Q の座標を a を用いて表すと $(\square, 0)$ となる.

(ii) $b \neq 0$ のとき, Q の座標を a, b を用いて表すと (\square, \square) となる.

- (3) a, b が, $a > 0$ かつ $4a^2 + 9b^2 = 1$ を満たしつつ動くとき, 点 Q の描く軌跡の方程式を $y^2 = f(x)$ とすると, 関数 $f(x) = \square$ である. また, 点 Q の x 座標の変域は $x \geq \square$ である.

4. 微分可能な関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

で定義される. 以下の (1), (2) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) n を正の整数とする. 定義にしたがって関数 $f(x) = x^n$ の導関数を求めよ.

- (2) x を 0 でない実数とする. 定義にしたがって関数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ の導関数を求めよ. なお $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ は用いてよい.