埼玉医科大学・後期

1. $0<a<1$ とし，関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x)=a(x-a)^2-a$$

$$g(x)=-a(x+a)^2+a$$

とする．

（１） $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフの共有点は

$$(x,\,y)=\pm\sqrt{\square-a^{\square}}\left(\square,\,\square a^{\square}\right)$$

である．

（２） 2つの放物線 $y=f(x)$, $y=g(x)$ で囲まれた図形の面積 S が最大となるのは $a=\dfrac{\square}{\square}$ のときで，その値は $S=\dfrac{\sqrt{\square}}{\square}$ である．

2. i を虚数単位，z を複素数とする．

選択肢：①　必要十分条件である　　②　必要条件だが十分条件である

③　十分条件だが必要条件でない　　④　必要条件でも十分条件でもない

（１） $0<\varphi<\pi$ とする．$z=\cos(2\varphi)+i\sin(2\varphi)$ は $|z|=1$ であるための $\square$．

（２） $\left|\dfrac{z-i}{z+i}\right|=1$ は $|z|=1$ であるための $\square$．

（３） $\left|\dfrac{\sqrt{2}z-1}{z-\sqrt{2}}\right|=1$ は $|z|=1$ であるための $\square$．

3. O を原点とする xyz 空間内の点 P の位置ベクトルは，

$$\vec{a}=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,\,1,\,1),\ \vec{b}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,\,0,\,-1)$$

を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(\cos\theta)\vec{a}+(\sin\theta)\vec{b}$ と表される．θ の値を 0 から 2π まで変化させると，それに応じて P も座標空間内を動く．

（１） $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2=14$ である．

（２） $\tan\theta=\dfrac{15}{16}$ である．

（３） P から xy 平面に下ろした垂線と xy 平面との交点を P$'$ とする．$\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{\square}}{\square}$ のとき，PP$'$ は最大値 $\dfrac{\sqrt{\square}}{\square}$ をとり，このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\pm\frac{\sqrt{\square}}{\square}\left(1,\,\square,\,0\right)$$

である．

（４） θ の値を 0 から 2π まで変化させたとき，OP$'$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{\square}}{\square}$ である．

4. 次の表はある子ども向けイベントの参加者の年齢分布を表している．

年齢	8	9	10	11	12	合計
人数	6	9	2	1	2	20

（１） 選ばれた 3 人のうち少なくとも 1 人は 10 歳である確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

（２） 選ばれた 3 人のうち少なくとも 1 人は 10 歳で，かつ 3 人の中に同じ年齢の人が 2 人以上いる確率は

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である.